

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | Época Especial | Ensino Secundário | 2026

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

8 Páginas

A prova inclui 10 itens, devidamente identificados no enunciado (*), cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 4 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

As respostas aos itens da prova são registadas no caderno de respostas.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Assinale, na folha de respostas, a opção selecionada.

Nas respostas aos itens de construção, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados, como:

- os gráficos obtidos, em referencial cartesiano, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

- * 1. O resultado das eleições presidenciais, em Portugal, é apurado pelo método da maioria absoluta.

Nas eleições presidenciais de 2026, em Portugal, nenhum candidato foi eleito vencedor à primeira volta, na qual se registaram 5 769 394 votos validamente expressos.

Qual seria o número mínimo de votos que um candidato deveria ter tido para ser eleito vencedor à primeira volta?

- (A) 2 884 698
- (B) 2 884 697
- (C) 1 442 349
- (D) 1 442 348

- * 2. Num certo dia, uma pessoa tomou, apenas uma vez, um determinado medicamento para uma dor. Após a toma, a concentração da substância ativa desse medicamento no sangue, ao longo do tempo, aumenta até atingir um valor máximo. Após o instante em que atinge o valor máximo, a concentração da substância ativa no sangue diminui, até ser nula.

Admita que a concentração da substância ativa do medicamento no sangue é nula, antes da toma e 24 horas após a toma.

Seja C a função que dá a concentração da substância ativa do medicamento no sangue, em mg/L , x horas após a toma, com $0 < x < 24$.

Seja T a função que dá a taxa instantânea de variação da função C , para cada instante x .

Na Figura 1, estão representados dois gráficos, A e B, em referencial cartesiano ortogonal.

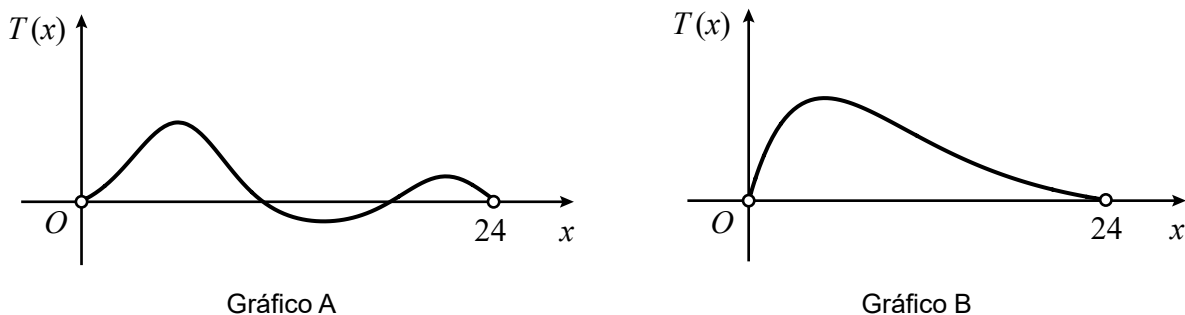


Figura 1

Justifique que nem o Gráfico A nem o Gráfico B podem representar a função T .

Apresente uma justificação para cada um dos gráficos.

3. Dois amigos, o José e a Carla, decidiram registar os tempos de corrida de dez dos seus treinos de preparação para uma prova de atletismo, com o objetivo de os compararem.

Os tempos de corrida, em minutos, registados pelo José são os seguintes:

50 , 40 , 85 , 65 , 110 , 85 , 105 , 70 , 150 , 110

O diagrama de extremos e quartis da Figura 2 é relativo aos tempos de corrida, em minutos, registados pela Carla. Sabe-se que nenhum dos treinos da Carla teve a duração de 75 minutos.

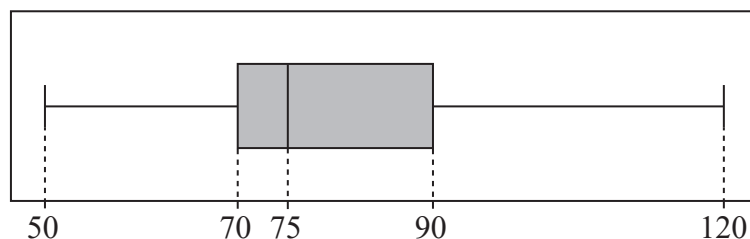


Figura 2

- * 3.1. De acordo com os dados apresentados, relativos aos dez treinos de cada amigo, qual das seguintes afirmações é **falsa**?

- (A) Se a Carla tivesse corrido durante mais 10 minutos em cada um destes treinos, a mediana dos seus tempos de corrida seria 85 minutos.
- (B) A mediana dos dez tempos de corrida registados pelo José é 85 minutos.
- (C) A amplitude dos tempos de corrida do José é superior em 30 minutos à amplitude dos tempos de corrida da Carla.
- (D) O número de treinos em que a Carla correu durante mais de 75 minutos é igual ao número de treinos em que correu durante menos de 75 minutos.

- * 3.2. Sabe-se que a média dos tempos de corrida do conjunto dos vinte treinos dos dois amigos, José e Carla, é 84,5 minutos.

Determine a média, em minutos, dos tempos de corrida da Carla.

- * 3.3. O José também registou a energia gasta, em quilocalorias, em outros dez treinos, verificando-se uma forte correlação linear entre os tempos de treino do José e a energia gasta nos respetivos treinos, conforme se pode observar no diagrama de dispersão da Figura 3.

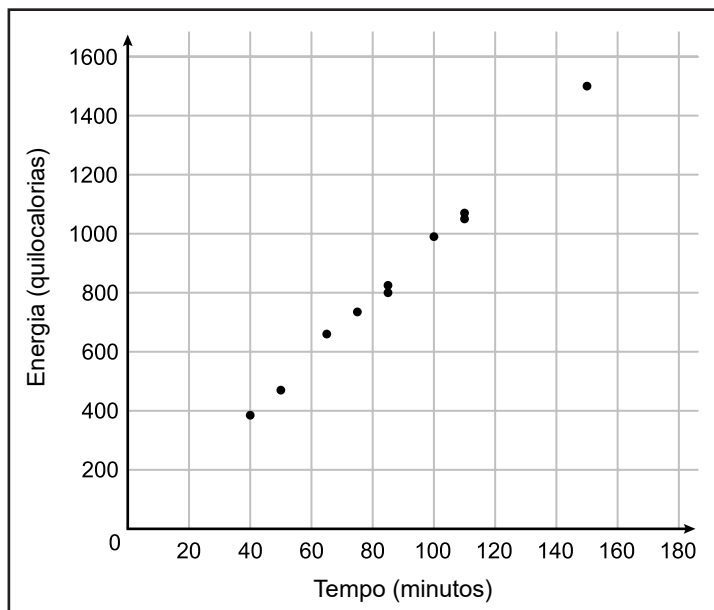


Figura 3

Em qual das opções seguintes podem estar apresentados o valor de r , coeficiente de correlação linear, e uma equação da reta de regressão linear, referentes à distribuição representada no diagrama de dispersão da Figura 3?

- | | |
|---|---|
| (A) $r = 0,224$
$y = 9,995x - 21,084$ | (B) $r = 0,224$
$y = -9,995x - 21,084$ |
| (C) $r = 0,998$
$y = -9,995x - 21,084$ | (D) $r = 0,998$
$y = 9,995x - 21,084$ |

4. Num jardim, pretende-se fazer um canteiro, com uma zona relvada e com uma zona destinada a flores, como se representa na Figura 4, em que:

- o quadrado $[ABCD]$, com 8 m de lado, representa o canteiro;
- o quadrado inscrito, $[EFGH]$, tal que $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$, representa a zona destinada a flores;
- a zona sombreada no quadrado $[ABCD]$ representa a zona que se pretende relvar.

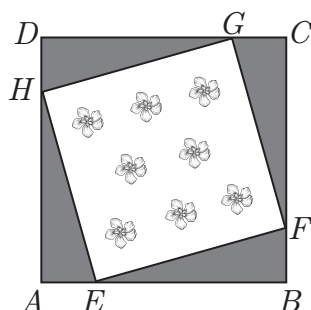


Figura 4

4.1. Seja $\overline{AE} = x$, em metros, com $0 < x < 8$.

* 4.1.1. Mostre que a área, a , em metros quadrados, da zona destinada a flores é dada, em função de x , por

$$a(x) = 2x^2 - 16x + 64$$

* 4.1.2. Determine o valor de x para o qual a área da zona destinada a flores é mínima.

4.2. Na Figura 4, que não está à escala, fixa-se um referencial cartesiano ortogonal e monométrico, tal que:

- a origem coincide com o ponto A ;
- a unidade de medida é o metro;
- o ponto B pertence ao semieixo positivo das abcissas;
- o ponto D pertence ao semieixo positivo das ordenadas;
- $\overline{AE} = 2$.

Indique, relativamente ao referencial descrito, as coordenadas dos vértices do quadrado $[EFGH]$.

5. O estudo da influência da temperatura na massa volúmica de sumos é muito útil em produção industrial. Um grupo de investigadores estudou, experimentalmente, a influência da temperatura na massa volúmica de um sumo de laranja.

Admita que, em certas condições, o valor da massa volúmica, $M(x)$, em quilogramas por metro cúbico (kg m^{-3}), do sumo de laranja submetido à temperatura de x graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$) é dado por

$$M(x) = 0,000045x^3 - 0,00155x^2 - 0,352x + 1061,66, \text{ para } 20 \leq x \leq 50$$

- * 5.1. Determine a que temperatura terá de ser submetido o sumo de laranja, de modo que a sua massa volúmica seja igual a 1050 kg m^{-3} .

Apresente o valor pedido em $^{\circ}\text{C}$, arredondado às décimas.

- 5.2. Mostre que a taxa média de variação da função M no intervalo $[30, 40]$ é igual a $-0,294 \text{ kg m}^{-3}/^{\circ}\text{C}$ e interprete esse valor no contexto da situação descrita.

6. O Aníbal tem quatro dados cúbicos iguais.

- * 6.1. Os quatro dados são equilibrados e cada um tem uma ou mais faces pintadas de verde e a(s) restante(s) pintada(s) de azul. Cada face está pintada de uma só cor.

Considere a experiência aleatória que consiste em lançar os quatro dados e anotar o número de faces pintadas de verde que ficam voltadas para cima.

Na Tabela 1, apresenta-se o modelo de probabilidade referente à experiência aleatória descrita.

Tabela 1

N.º de faces pintadas de verde voltadas para cima	0	1	2	3	4
Probabilidade	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

Determine o número de faces pintadas de azul e o número de faces pintadas de verde, em cada dado, de acordo com a Tabela 1.

- * 6.2. Na Figura 5, estão representados, em referencial ortogonal e monométrico $Oxyz$, os quatro dados cúbicos geometricamente iguais, com 1 cm de aresta.

Sabe-se que:

- a unidade no referencial é o centímetro;
- a origem do referencial coincide com um dos vértices de um cubo;
- os cubos estão colocados com as faces justapostas, de modo que as arestas dessas faces sejam coincidentes e que os vértices A , D e R pertençam, respectivamente, aos semieixos positivos Ox , Oy e Oz .

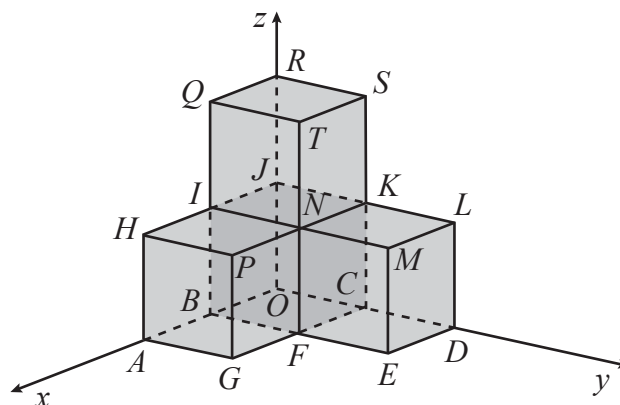


Figura 5

Qual das seguintes condições define a face $[AGPH]$?

- (A) $x = 2 \wedge 0 \leq y \leq 2 \wedge 0 \leq z \leq 2$
 (B) $x = 2 \wedge 0 \leq y \leq 1 \wedge 0 \leq z \leq 1$
 (C) $0 \leq x \leq 1 \wedge y = 2 \wedge 0 \leq z \leq 1$
 (D) $0 \leq x \leq 2 \wedge y = 2 \wedge 0 \leq z \leq 2$

7. Um saco opaco contém cinco bolas, duas brancas e três pretas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5.

As bolas com os números 1 e 2 são brancas e as bolas com os números 3, 4 e 5 são pretas.

Vai retirar-se, ao acaso, uma bola do saco.

Considere os acontecimentos:

A : «A bola retirada é branca.»

B : «A bola retirada tem um número ímpar.»

Averigue se os acontecimentos A e B são independentes.

8. A Tabela 2 é uma parte da tabela de retenção na fonte de IRS, em Portugal, para o continente, entre 1 de outubro e 31 de dezembro de 2025, disponível no Portal das Finanças, com a fórmula utilizada para o cálculo do valor da retenção na fonte para trabalhadores dependentes, nesse período.

Tabela 2

Tabela de retenção na fonte de IRS para o continente – entre 1 de outubro e 31 de dezembro de 2025
Trabalho dependente
Não casado sem dependentes ou casado 2 titulares

Remuneração Mensal (€)	Taxa marginal máxima	Parcela a abater (€)	Parcela adicional a abater por dependente (€)
Até 870,00	0,00%	0,00	0,00
Até 992,00	12,50%	$12,50\% \times 2,60 \times (1\,208,71 - R)$	21,43
Até 1 070,00	16,00%	$16,00\% \times 1,35 \times (1\,476,91 - R)$	21,43
Até 1 136,00	16,00%	87,90	21,43
Até 1 187,00	21,50%	150,38	21,43
Até 1 787,00	24,40%	184,81	21,43
Até 2 078,00	31,40%	309,90	21,43
Até 2 432,00	34,90%	382,63	21,43
Até 3 233,00	38,36%	466,78	21,43
Até 5 547,00	39,69%	509,78	21,43
Até 20 221,00	44,95%	801,56	21,43
Superior a 20 221,00	47,17%	1 250,47	21,43

Fórmula: (Remuneração mensal x Taxa) – Parcela a abater – (Parcela adicional a abater x n.º dependentes).
R = Remuneração mensal

Fonte: Portal das Finanças (consultado em 25 de dezembro de 2025).

O Ângelo é casado (2 titulares), tem 3 filhos (dependentes) e tem residência fiscal no continente.

Sabe-se que, na empresa em que trabalha, no mês de dezembro de 2025:

- a sua remuneração (salário bruto) foi 2100 € ;
- o valor da retenção na fonte de IRS foi apurado de acordo com a Tabela 2;
- recebeu 110 € de subsídio de refeição;
- descontou 231 € para a Segurança Social.

Determine o valor do salário líquido do Ângelo, no mês de dezembro de 2025.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 10 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.1.	4.1.2.	5.1.	6.1.	6.2.	Subtotal
Cotação (em pontos)	14	18	14	18	14	18	18	18	18	14	164
Destes 4 itens, contribuem para a classificação final da prova os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	4.2.	5.2.	7.	8.							Subtotal
Cotação (em pontos)	2 × 18 pontos										36
TOTAL											200