

Exame Final Nacional de Matemática B
Prova 735 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2026

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

8 Páginas

A prova inclui 10 itens, devidamente identificados no enunciado (*), cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 4 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

As respostas aos itens da prova são registadas no caderno de respostas.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Assinale, na folha de respostas, a opção selecionada.

Nas respostas aos itens de construção, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados, como:

- os gráficos obtidos, em referencial cartesiano, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

- * 1. Um banco disponibiliza uma solução de poupança que consiste num depósito a prazo, na modalidade de juro composto, com taxa de juro anual de 1,5% e com capitalizações mensais.

O capital final acumulado pode ser dado por

$$C_f = C_i \times \left(1 + \frac{r}{12}\right)^n$$

em que:

- C_f representa o capital acumulado ao fim de n meses;
- C_i representa o capital inicial;
- r representa a taxa de juro anual.

A Maria vai aplicar 1000 euros nesse depósito a prazo.

Determine o capital acumulado ao fim de 2 anos.

Apresente o valor pedido em euros, arredondado às centésimas.

Em cálculos intermédios, não proceda a arredondamentos.

2. Nos últimos anos, várias cidades portuguesas têm registado níveis preocupantes de poluição atmosférica. Um poluente comum associado ao tráfego rodoviário é o dióxido de nitrogénio (NO_2).

Um grupo de investigadores está a analisar a relação entre o número de veículos em circulação e a concentração média diária de NO_2 , em microgramas por metro cúbico ($\mu\text{g}/\text{m}^3$).

Com esse objetivo, recolheram dados, em dez dias, de acordo com a Tabela 1, numa das principais avenidas de uma cidade.

Tabela 1

Dia	N.º de veículos (em milhares) (x)	Concentração média diária de NO_2 ($\mu\text{g}/\text{m}^3$) (y)
1	24	31
2	28	36
3	32	40
4	30	38
5	35	45
6	40	51
7	38	48
8	42	54
9	45	57
10	50	63

* 2.1. Qual é a mediana do número de veículos, em milhares, que circularam naquela avenida, nesses dez dias?

(A) 36,4

(B) 36,5

(C) 37,0

(D) 37,5

* 2.2. Admita como válido o modelo de regressão linear de y sobre x , obtido a partir dos dados apresentados na Tabela 1.

Estime, com base nesse modelo, o valor da concentração média diária de NO_2 naquela avenida, num dia em que nela circulem 47 milhares de veículos.

Na sua resposta, apresente:

- os valores estimados dos parâmetros da equação da reta de regressão linear de y sobre x , arredondados às centésimas;
- o valor pedido em microgramas por metro cúbico ($\mu\text{g}/\text{m}^3$), arredondado às unidades.

* 2.3. As autoridades municipais de algumas cidades implementam medidas de atuação para minimizar a poluição.

Nesta cidade, fixou-se como nível preocupante de poluição por NO_2 o valor $\bar{y} + s$, em que \bar{y} é a média dos valores da concentração média diária de NO_2 registados naqueles dez dias de recolha de dados e s é o respetivo desvio padrão amostral.

Determine em quantos daqueles dez dias foi ultrapassado o nível preocupante de poluição por NO_2 , naquela avenida da cidade.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

3. Duas povoações, E e F , estão a igual distância de uma fonte de abastecimento de água, localizada em J .

Pretende-se construir uma canalização com uma bifurcação, ligando a fonte às duas povoações, como se representa na Figura 1.

A canalização é formada por três canos retilíneos: um que vai da fonte localizada em J até à bifurcação localizada em P , e dois que partem de P , um para E e o outro para F . O ponto P está a igual distância de E e de F .

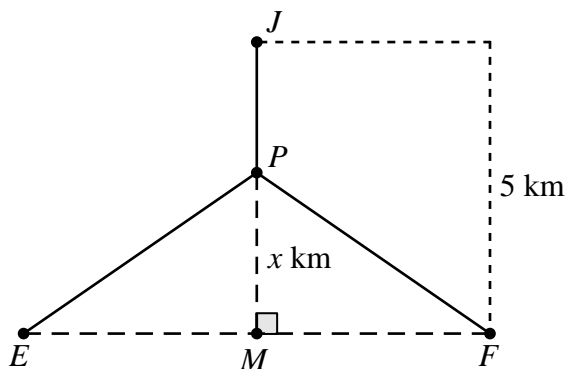


Figura 1

O ponto M , ponto médio de $[EF]$, dista 5 km de J .

Seja $\overline{PM} = x$ km.

O comprimento total da canalização, $g(x)$, em km, é dado, em função de x , por

$$g(x) = 2\sqrt{16 + x^2} + 5 - x, \text{ com } 0 \leq x < 5$$

- * 3.1. Qual dos seguintes valores é o comprimento total mínimo, arredondado às décimas, que a canalização pode ter, de acordo com a função g ?

(A) 11,9 km (B) 12,0 km (C) 12,8 km (D) 13,0 km

- * 3.2. Mostre que a distância entre as povoações E e F é 8 km.

- * 3.3. Admita, agora, que os três canos que constituem a canalização têm o mesmo comprimento.

Determine o comprimento total da canalização.

Apresente o valor pedido em km.

4. Numa turma de Artes Visuais com 30 alunos, o professor de Desenho propôs que os alunos escolhessem uma das obras da artista Joana Vasconcelos como tema do próximo projeto da turma, através de uma votação por preferências. As opções eram as obras *Drag Race*, *Marilyn* e *Solitário*.

Na Tabela 2, apresentam-se os resultados das votações, por ordem de preferências, de todos os alunos da turma.

Tabela 2

Preferências	Número de votos		
	15	10	5
1. ^a	<i>Drag Race</i>	<i>Marilyn</i>	<i>Solitário</i>
2. ^a	<i>Solitário</i>	<i>Solitário</i>	<i>Marilyn</i>
3. ^a	<i>Marilyn</i>	<i>Drag Race</i>	<i>Drag Race</i>

4.1. Considere a seguinte afirmação:

«Quer a eleição se realize por maioria simples, com base nos votos na 1.^a preferência, quer se realize pelo método de Borda, a obra vencedora é a mesma.»

Mostre que esta afirmação é falsa, atribuindo, na aplicação do método de Borda, 3 pontos por cada voto na 1.^a preferência, 2 pontos por cada voto na 2.^a preferência e 1 ponto por cada voto na 3.^a preferência.

* 4.2. Um dos alunos da turma, em conversa com o professor de Desenho, disse que votou na obra *Drag Race* como 3.^a preferência.

Qual é a probabilidade de que esse aluno tenha votado na obra *Marilyn* como 1.^a preferência?

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

5. No primeiro dia de aulas, a Marta acordou às 0 horas com 39 °C de temperatura corporal.

Seja $f(x)$ o valor da temperatura corporal da Marta, em °C, às x horas desse dia, com $0 \leq x \leq 14$.

5.1. Sabe-se que, entre as 0 horas e as 14 horas desse dia, o valor da temperatura corporal da Marta diminuiu, em média, 0,1 °C por hora.

Determine o valor da temperatura corporal da Marta às 14 horas desse dia.

* 5.2. Seja V a função que dá a taxa de variação instantânea da função f , com $0 \leq x \leq 14$.

Na Figura 2, representa-se o gráfico da função V .

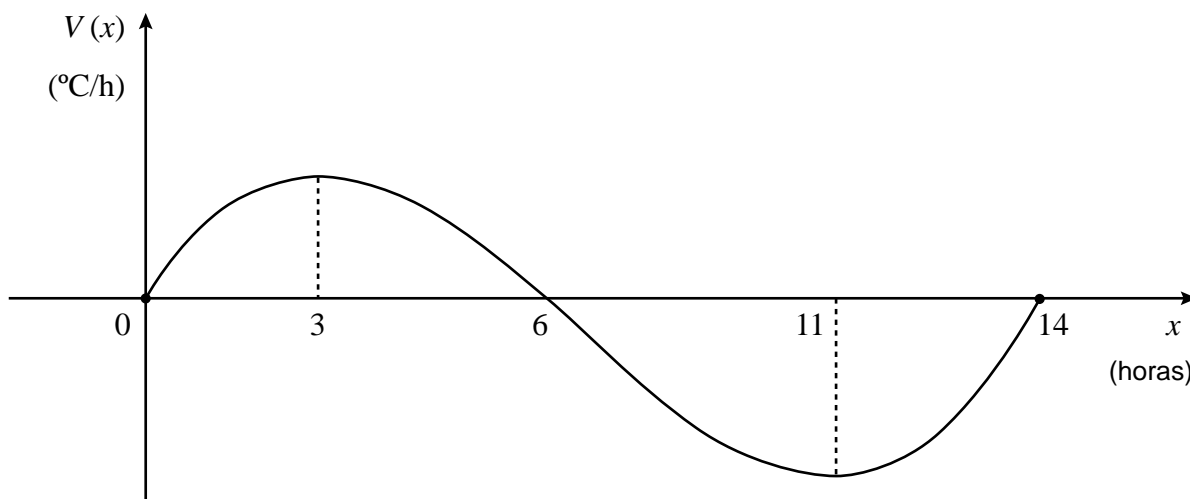


Figura 2

Considere as afirmações seguintes.

- I) O valor mínimo da temperatura corporal da Marta foi atingido às 6 h desse dia.
II) Entre as 11 h e as 12 h desse dia, o valor da temperatura corporal da Marta aumentou.

Justifique que as afirmações I) e II) são falsas.

Apresente uma justificação para cada afirmação.

6. Um jogo tem três dados cúbicos.

6.1. Os três dados, um azul, um verde e um preto, são equilibrados e têm as faces numeradas de 1 a 6.

Determine a probabilidade de, num lançamento dos três dados em simultâneo, a face com o número 6 ficar voltada para cima em exatamente dois dados.

Apresente o valor pedido na forma de fração.

6.2. Na Figura 3, estão representados três cubos iguais, com 2 cm de aresta, em referencial ortogonal e monométrico, $Oxyz$, correspondentes aos três dados utilizados no jogo.

As letras assinaladas na Figura 3 representam os vértices dos cubos, sendo os vértices comuns representados pela mesma letra.

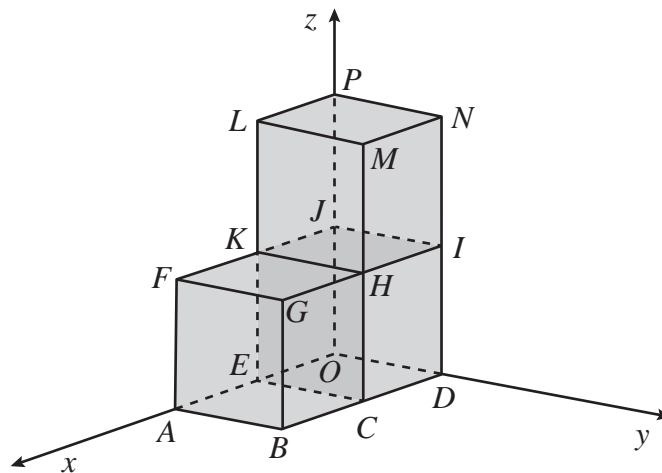


Figura 3

Tal como se representa na Figura 3:

- a origem do referencial coincide com um dos vértices de um cubo;
- os cubos estão colocados com as faces justapostas, de modo a terem as arestas dessas faces coincidentes;
- os vértices A , D e P pertencem a semieixos positivos.

A unidade de medida do referencial é o centímetro.

* 6.2.1. Qual dos seguintes vértices é o ponto de intersecção do plano definido por $z = 4$ com a reta definida por $x = 0 \wedge y = 2$?

(A) I

(B) L

(C) M

(D) N

- 6.2.2. Na Figura 4, está representado, em referencial ortogonal e monométrico, Oxy , o retângulo $[ABDO]$, contido no plano xOy da Figura 3.

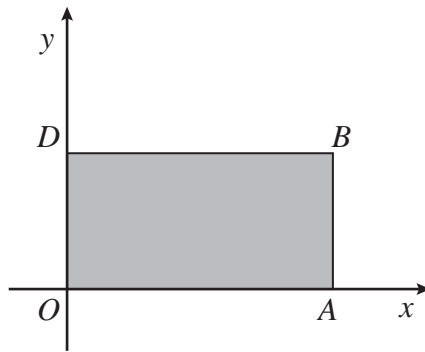


Figura 4

Determine, relativamente ao referencial ortogonal e monométrico Oxy da Figura 4, a equação reduzida da reta AD .

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 10 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.	2.1.	2.2.	2.3.	3.1.	3.2.	3.3.	4.2.	5.2.	6.2.1.	Subtotal
Cotação (em pontos)	18	14	18	18	14	18	18	14	18	14	164
Destes 4 itens, contribuem para a classificação final da prova os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	4.1.	5.1.	6.1.	6.2.2.							Subtotal
Cotação (em pontos)	2 x 18 pontos										36
TOTAL											200