REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E INOVAÇÃO

EduQA Instituto de Educação, Qualidade e Avaliação

Exame Final Nacional de Matemática A

Prova 635 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2026

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Entrelinha 1,5 sem figuras/Braille

Critérios de Classificação 15 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

ITENS DE SELEÇÃO

As respostas aos itens de seleção podem ser classificadas de forma dicotómica ou por níveis de desempenho, de acordo com os critérios específicos. No primeiro caso, a pontuação só é atribuída às respostas corretas, sendo todas as outras respostas classificadas com zero pontos. No caso da classificação por níveis de desempenho, a cada nível corresponde uma dada pontuação, de acordo com os critérios específicos.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de construção, os critérios de classificação podem apresentar-se organizados apenas por níveis de desempenho, por parâmetros, com os respetivos níveis de desempenho, ou por etapas.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados apenas por níveis de desempenho, a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por parâmetros, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas aos parâmetros seguintes: (A) Conteúdos, (B) Linguagem Científica. A atribuição da classificação de zero pontos no parâmetro (A) implica a atribuição de zero pontos no parâmetro (B).

Nos itens em que os critérios de classificação se apresentam organizados por etapas, a classificação a atribuir à resposta resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de classificação definidos para situações específicas.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso obrigatório das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação, num referencial, do gráfico da função ou dos gráficos das funções visualizados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção cujos critérios se apresentam organizados por etapas.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina (ver nota 1). O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «sem recorrer à calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).

10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Notas:

1. A título de exemplo, faz-se notar que não são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da fórmula da distância de um ponto a um plano ou da fórmula da distância entre dois planos paralelos, sem as respetivas deduções.

2. Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. .... **12 pontos**

(D)

2.1. .... **14 pontos**

Reconhecer que a função f é contínua em $x=3$ se

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = f(3)$ .... 2 pontos

Determinar $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ ou $f(3)$ .... 2 pontos

Reconhecer que $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-}\left(4 - e^{3-x}(x+1) - \frac{1}{2}x^2\right)$

ou que $f(3) = 4 - e^{3-3}(3+1) - \frac{1}{2}\times 3^2$ .... 1 ponto

Escrever $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = -\frac{9}{2}$ ou $f(3) = -\frac{9}{2}$ .... 1 ponto

Determinar $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$ .... 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} \frac{e^{x-3}-1}{x^2-9}$ .... 1 ponto

Reconhecer que $\lim\limits_{x\to 3^+}(e^{x-3}-1) = \lim\limits_{x\to 3^+}(x^2-9) = 0$ .... 1 ponto

Obter $\lim\limits_{x\to 3^+} \frac{e^{x-3}-1}{x^2-9} = \lim\limits_{x\to 3^+} \frac{e^{x-3}-1}{(x-3)(x+3)}$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Reconhecer que $\lim\limits_{x\to 3^+} \frac{e^{x-3}-1}{x-3} = 1$ .... 2 pontos

Reconhecer que

$\lim\limits_{x\to 3^+} \frac{e^{x-3}-1}{(x-3)(x+3)} = \lim\limits_{x\to 3^+} \frac{e^{x-3}-1}{x-3} \times \lim\limits_{x\to 3^+} \frac{1}{x+3}$ .... 1 ponto

Obter $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \frac{1}{6}$ .... 2 pontos

2.º Processo

Reconhecer que $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} \frac{e^{x-3}-1}{x^2-9}$ .... 1 ponto

Reconhecer que $\lim\limits_{x\to 3^+}(e^{x-3}-1) = \lim\limits_{x\to 3^+}(x^2-9) = 0$ .... 1 ponto

Obter $(e^{x-3}-1)' = e^{x-3}$ .... 1 ponto

Obter $(x^2-9)' = 2x$ .... 1 ponto

Obter $\lim\limits_{x\to 3^+} \frac{e^{x-3}}{2x} = \frac{1}{6}$ .... 2 pontos

Concluir que $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \frac{1}{6}$ .... 2 pontos

Concluir que a função f não é contínua em $x=3$ .... 2 pontos

2.2. .... **14 pontos**

Determinar $f'(x)$ (**ver nota 1**) .... 3 pontos

Escrever $f'(x)=0$ .... 1 ponto

Determinar o zero de f' (0) .... 3 pontos

Apresentar um quadro de sinal de f' e de monotonia de f (ou equivalente) .. 4 pontos

Apresentar os intervalos de monotonia da função f (**ver nota 2**) .... 2 pontos

Apresentar o valor de x para o qual a função f tem extremo relativo (0) ...... 1 ponto

Notas:

1. Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função f, a pontuação mínima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.
2. Se for apresentado o intervalo $]-\infty, 0[$, em vez de $]-\infty, 0]$, e o intervalo $]0, 3[$, em vez de $[0, 3[$, esta etapa deve ser considerada cumprida.

2.3. .... **14 pontos**

Equacionar o problema ($f(x)=-x$, ou equivalente) .... 2 pontos

Considerar a função h , definida por $h(x)=f(x)+x$ .... 2 pontos

Referir que a função h é contínua em $[-1, 0]$ (**ver notas 1 e 2**) .... 2 pontos

Determinar $h(-1)$ $\left(\frac{5}{2}\right)$ .... 2 pontos

Determinar $h(0)$ $(4-e^3)$ .... 2 pontos

Referir que $h(0)<0<h(-1)$ (ou equivalente) .... 2 pontos

Referir que o pretendido resulta da aplicação do teorema de Bolzano-Cauchy (**ver nota 3**) .... 2 pontos

Notas:

1. Se apenas for referido que a função h é contínua no intervalo $]-\infty, 3[$, esta etapa deve ser considerada cumprida.
2. Se for referido que a função h é contínua em $]-1, 0[$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.
3. A atribuição de 0 pontos à terceira etapa implica a atribuição de 0 pontos a esta etapa.

3. .... **12 pontos**

(a) → (2) (b) → (1) (c) → (3) (d) → (3)

Este item deve ser classificado de acordo com os níveis de desempenho seguintes.

Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
3	Completa o texto com as 4 opções corretas.	12
2	Completa o texto com 3 opções corretas.	8
1	Completa o texto com 2 opções corretas.	4

4.1. .... **12 pontos**

(B)

4.2. .... **14 pontos**

Reconhecer que o raio da superfície esférica é igual à distância do ponto A ao plano α .... 2 pontos

Calcular o raio da superfície esférica .... 9 pontos

Designemos por I o pé da perpendicular tirada de A para α .

Reconhecer que o raio da superfície esférica é igual a $\overline{AI}$ .... 1 ponto

Escrever uma equação vetorial da reta AI
$((x, y, z) = (0, 6, 4) + k(3, -4, 0), k \in \mathbb{R})$ .... 2 pontos

Reconhecer que as coordenadas do ponto I são da forma
$(3k, 6 - 4k, 4)$ .... 1 ponto

Escrever $3 \times 3k - 4(6 - 4k) - 1 = 0$ (ou equivalente) .... 1 ponto

Obter o valor de k (1) .... 1 ponto

Determinar as coordenadas do ponto I $((3, 2, 4))$ .... 1 ponto

Obter $\overline{AI}$ (5) .... 2 pontos

Apresentar o pedido $\left(x^2 + (y-6)^2 + (z-4)^2 = 25\right)$ .... 3 pontos

5. .... **12 pontos**

5.(AE2018)

(D)

5.(AE2023)

(D)

6. .... **14 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

A resposta é enquadrada no 1.º, no 2.º ou no 3.º processo, de acordo com o número de casos possíveis apresentado.

1.º Processo

Apresentar o número de casos possíveis $\left({}^{10}A_5\right.$, ou equivalente$\left.\right)$ (**ver nota 1**) .... 4 pontos

Apresentar o número de casos favoráveis .... 8 pontos

Determinar o número de maneiras de o João e a Maria ficarem juntos do mesmo lado da mesa $\left(2 \times 4 \times 2! \times {}^{8}A_3\right.$, ou equivalente$\left.\right)$ (**ver nota 1**) .... 3 pontos

Determinar o número de maneiras de o João e a Maria ficarem frente a frente $\left(5 \times 2! \times {}^{8}A_3\right.$, ou equivalente$\left.\right)$ (**ver nota 1**).............. 3 pontos

Obter o número de casos favoráveis (**ver nota 2**) .... 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{13}{45}\right)$ (**ver nota 3**) .... 2 pontos

2.º Processo

Para o cálculo da probabilidade, o problema pode restringir-se à escolha de uma cadeira para o João e uma cadeira para a Maria.

Apresentar o número de casos possíveis $\left({}^{10}A_2\right.$, ou equivalente$\left.\right)$ (**ver nota 1**) .... 4 pontos

Apresentar o número de casos favoráveis .... 8 pontos

Determinar o número de maneiras de o João e a Maria ficarem juntos do mesmo lado da mesa $\left(2 \times 4 \times 2!\right.$, ou equivalente$\left.\right)$ (**ver nota 1**) .... 3 pontos

Determinar o número de maneiras de o João e a Maria ficarem frente a frente $\left(5 \times 2!\right.$, ou equivalente$\left.\right)$ (**ver nota 1**) .... 3 pontos

Obter o número de casos favoráveis (**ver nota 2**) .... 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{13}{45}\right)$ (**ver nota 3**) .... 2 pontos

3.º Processo

Para o cálculo da probabilidade, o problema pode restringir-se à escolha de duas cadeiras.

Apresentar o número de casos possíveis $\left({}^{10}C_2\right.$, ou equivalente$\left.\right)$ (**ver nota 1**) .... 4 pontos

Apresentar o número de casos favoráveis .... 8 pontos

Determinar o número de maneiras de o João e a Maria ficarem juntos do mesmo lado da mesa (2×4, ou equivalente) (**ver nota 1**) 3 pontos

Determinar o número de maneiras de o João e a Maria ficarem frente a frente (5, ou equivalente) (**ver nota 1**) .... 3 pontos

Obter o número de casos favoráveis (**ver nota 2**) .... 2 pontos

Obter o valor pedido $\left(\frac{13}{45}\right)$ (**ver nota 3**) .... 2 pontos

Notas:

1. Se a expressão apresentada não for equivalente à referida na etapa/subetapa, a pontuação a atribuir a esta etapa/subetapa é 0 pontos.
2. Se ambas as subetapas anteriores tiverem sido pontuadas com 0 pontos, a pontuação a atribuir a esta subetapa é 0 pontos.
3. Se a etapa relativa ao número de casos favoráveis e a etapa relativa ao número de casos possíveis tiverem sido pontuadas com 0 pontos, ou se o valor obtido não pertencer ao intervalo $[0, 1]$, a pontuação a atribuir a esta etapa é 0 pontos.

7. .... **14 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

Designemos por S o acontecimento «a pessoa utilizou o guarda-sol» e por V o acontecimento «a pessoa utilizou o para-vento».

1.º Processo

Reconhecer que $P(S) = 0{,}75$ .... 1 ponto

Reconhecer que $P(\overline{S} \cap \overline{V}) = 0{,}22$ .... 1 ponto

Reconhecer que $P(V \mid S) = \frac{1}{5}$ .... 2 pontos

Obter $P(S \cap V)$ $(0{,}15)$ .... 2 pontos

Identificar o pedido com $P(S \mid \overline{V})$ .... 2 pontos

Reconhecer que $P(S \mid \overline{V}) = \frac{P(S \cap \overline{V})}{P(\overline{V})}$ .... 1 ponto

Reconhecer que $P(S \cap \overline{V}) = P(S) - P(S \cap V)$ .... 1 ponto

Obter $P(S \cap \overline{V})$ $(0{,}6)$ .... 1 ponto

Reconhecer que $P(\overline{V}) = P(\overline{S} \cap \overline{V}) + P(S \cap \overline{V})$ .... 1 ponto

Obter $P(\overline{V})$ $(0{,}82)$ .... 1 ponto

Obter o valor pedido (73%) .... 1 ponto

2.º Processo

Apresentar uma tabela de dupla entrada cujas entradas sejam:
S e $\overline{S}$; V e $\overline{V}$ .... 1 ponto

Preencher a célula da tabela relativa a $P(S)$ $(0{,}75)$ .... 1 ponto

Preencher a célula da tabela relativa a $P(\overline{S} \cap \overline{V})$ $(0{,}22)$ .... 1 ponto

Reconhecer que $P(V \mid S) = \frac{1}{5}$ .... 2 pontos

Preencher a célula da tabela relativa a $P(S \cap V)$ $(0{,}15)$ .... 2 pontos

Identificar o pedido com $P(S \mid \overline{V})$ .... 2 pontos

Reconhecer que $P(S \mid \overline{V}) = \frac{P(S \cap \overline{V})}{P(\overline{V})}$ .... 1 ponto

Preencher a célula da tabela relativa a $P(S \cap \overline{V})$ $(0{,}6)$ .... 1 ponto

Preencher a célula da tabela relativa a $P(\overline{V})$ $(0{,}82)$ .... 2 pontos

Obter o valor pedido (73%) .... 1 ponto

8. .... **14 pontos**

Determinar $\overline{AB}$ em função de α .... 4 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Escrever a equação reduzida da reta OB $(y = \operatorname{tg} \alpha \, x)$ ....2 pontos

Determinar a abcissa do ponto B $\left(\dfrac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)$ ....1 ponto

Reconhecer que $\overline{AB} = \dfrac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$ ....1 ponto

2.º Processo

Reconhecer que a amplitude do ângulo convexo ABO é α .... 2 pontos

Escrever $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}$ (ou equivalente) ....1 ponto

Obter $\overline{AB}$ $\left(\dfrac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\right)$ ....1 ponto

Reconhecer que as coordenadas do ponto C são $(-\cos \alpha, -\operatorname{sen} \alpha)$ .... 2 pontos

Determinar a área do triângulo $[ABC]$ em função de α .... 6 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que a altura do triângulo $[ABC]$ em relação ao lado $[AB]$ é dada pela expressão $1 + \operatorname{sen} \alpha$ ....3 pontos

Escrever que a área do triângulo $[ABC]$ é dada pela expressão

$\dfrac{\dfrac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \times (1 + \operatorname{sen} \alpha)}{2}$ (ou equivalente) .... 3 pontos

2.º Processo

Reconhecer que a área do triângulo $[ABC]$ é igual à soma das áreas dos triângulos $[OAB]$ e $[OAC]$ .... 1 ponto

Escrever que a área do triângulo $[OAB]$ é dada pela expressão $\dfrac{1}{2 \operatorname{tg} \alpha}$ (ou equivalente) .... 2 pontos

Escrever que a área do triângulo $[OAC]$ é dada pela expressão $\dfrac{\cos \alpha}{2}$ (ou equivalente) .... 2 pontos

Escrever que a área do triângulo $[ABC]$ é dada pela expressão

$\dfrac{1}{2 \operatorname{tg} \alpha} + \dfrac{\cos \alpha}{2}$ (ou equivalente) .... 1 ponto

Concluir o pretendido .... 2 pontos

9. (ver nota) .... **14 pontos**

Nota − Se forem apresentadas respostas aos dois itens, classifica-se apenas a primeira resposta.

9.(AE2018)

Reconhecer que $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$ .... 3 pontos

Obter $(\cos x - \operatorname{sen} x)^2 = \cos^2 x - 2 \operatorname{sen} x \cos x + \operatorname{sen}^2 x$ .... 3 pontos

Reconhecer que $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$ .... 3 pontos

Obter $1-(\cos x - \operatorname{sen} x)^2 = 2\operatorname{sen} x \cos x$ .... 2 pontos

Concluir o pretendido .... 3 pontos

9.(AE2023)

Escrever $f(1) < 0 < f(1{,}5)$ (ou equivalente) .... 3 pontos

Escrever $f(1{,}25) < 0 < f(1{,}5)$ (ou equivalente) .... 3 pontos

Escrever $f(1{,}25) < 0 < f(1{,}375)$ (ou equivalente) .... 3 pontos

Reconhecer que a amplitude do intervalo $]1{,}25;\ 1{,}375[$ é menor do que $0{,}2$. 2 pontos

Apresentar o valor pedido $(1{,}3125)$ (**ver nota**) .... 3 pontos

Nota − Se for apresentado um valor pertencente ao intervalo $]1{,}3125;\ 1{,}375]$, esta etapa é considerada cumprida, desde que seja apresentada uma justificação.

10. .... **12 pontos**

(C)

11. .... **14 pontos**

Obter w na forma trigonométrica.. 7 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Substituir i^{37} por i .... 1 ponto

Obter $-\sqrt{3}+i=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$ .... 2 pontos

Obter $w=e^{i\frac{5\pi}{3}}$ .... 4 pontos

2.º Processo

Substituir i^{37} por i .... 1 ponto

Obter $2e^{i\left(-\frac{5\pi}{6}\right)}=-\sqrt{3}-i$ .... 2 pontos

Obter $w=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ .... 2 pontos

Obter $w=e^{i\frac{5\pi}{3}}$ .... 2 pontos

Reconhecer que as soluções da equação são dadas pela expressão $e^{i\left(\frac{5\pi}{6}+k\pi\right)}$, $k\in\{0,1\}$ .... 3 pontos

Obter $e^{i\frac{5\pi}{6}}$ e $e^{i\frac{11\pi}{6}}$ como soluções da equação $z^2=w$ .... 2 pontos

Obter as soluções na forma pedida $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \text{ e } \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i\right)$ .... 2 pontos

12. .... **14 pontos**

Reconhecer que o capital investido é $12\,500$ euros .... 4 pontos

Reconhecer que o capital acumulado pretendido é $15\,000$ euros .... 4 pontos

Apresentar a equação $C(j)=15\,000$ (ou equivalente) .... 6 pontos

13. (ver nota) .... **14 pontos**

Nota – Se forem apresentadas respostas aos dois itens, classifica-se apenas a primeira resposta.

13.(AE2018)

Designemos por a, b, c e d os quatro últimos elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal, ordenados por ordem decrescente.

Reconhecer que $d = 1$ .... 1 ponto

Reconhecer que c é igual ao segundo elemento dessa linha .... 4 pontos

Reconhecer que o quarto elemento da linha seguinte é $a + b$ .... 6 pontos

Escrever $c = 288\ 101 - 287\ 980 - 1$ (ou equivalente) .... 2 pontos

Obter o valor pedido (120) .... 1 ponto

13.(AE2023)

Apresentar a pontuação total de cada praia, resultante da aplicação do método descrito aos votos registados na Tabela 2 ..... (2 + 2 + 2 + 2)......... 8 pontos
(Praia A – 651; Praia B – 497; Praia C – 397; Praia D – 455)

Reconhecer que a diferença entre as pontuações das praias A e B é 154 ...... 2 pontos

Reconhecer que, na votação dos 50 clientes, a diferença máxima entre a pontuação da praia B e a pontuação da praia A é 150 .... 3 pontos

Concluir o pretendido .... 1 ponto

14. .... **14 pontos**

Tópicos de resposta

- Justificação da falsidade da proposição I.
  Exemplo: Como a função f' tem apenas três zeros, -1, 0 e 3, e $f(3)$ não é extremo da função f, dado f' ser não negativa no intervalo $[0, +\infty[$, conclui-se que a função f tem, no máximo, dois extremos relativos.

- Justificação da falsidade da proposição II.
  Exemplo: Como a função f' é (estritamente) crescente no intervalo $[3, +\infty[$, conclui-se que o gráfico da função f tem concavidade voltada para cima nesse intervalo.

Parâmetro	Nível	Descritor de desempenho	Pontuação
A Conteúdos	4	Apresenta, de forma completa, as duas justificações solicitadas.	12
	3	Apresenta, de forma completa, uma das justificações solicitadas e, de forma incompleta, a outra justificação.	9
	2	Apresenta, de forma completa, apenas uma das justificações solicitadas. OU Apresenta, de forma incompleta, as duas justificações solicitadas.	6
	1	Apresenta, de forma incompleta, apenas uma das justificações solicitadas.	3
B Linguagem Científica	2	Utiliza adequadamente o vocabulário específico da Matemática.	2
	1	Utiliza, embora com uma ou mais falhas, o vocabulário específico da Matemática.	1

15. .... **14 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

Designemos por (c_1, c_2) e por r, respetivamente, as coordenadas do centro e o raio da circunferência referida.

1.º Processo

Resolver a equação $f(x) = a$ .... 2 pontos

Obter as coordenadas de um dos pontos de intersecção da parábola com a reta s $\left((-\sqrt{1+a}, a) \text{ ou } (\sqrt{1+a}, a)\right)$ .... 1 ponto

Reconhecer que o vértice da parábola tem coordenadas $(0, -1)$ .... 1 ponto

Reconhecer que $c_1 = 0$ .... 1 ponto

Escrever uma equação da circunferência $\left(x^2 + (y - c_2)^2 = r^2\right)$ .... 2 pontos

Escrever $(-1 - c_2)^2 = r^2 \wedge 1 + a + (a - c_2)^2 = r^2$ (ou equivalente) .... 3 pontos

Obter c_2 em função de a $\left(\frac{a}{2}\right)$ .... 2 pontos

Obter o pedido $\left(1 + \frac{a}{2}\text{, ou equivalente}\right)$ .... 2 pontos

2.º Processo

Resolver a equação $f(x) = a$ .... 2 pontos

Obter as coordenadas de um dos pontos de intersecção da parábola com a reta s $\left((-\sqrt{1+a}, a) \text{ ou } (\sqrt{1+a}, a)\right)$ .... 1 ponto

Reconhecer que o vértice da parábola tem coordenadas $(0, -1)$ .... 1 ponto

Reconhecer que o centro da circunferência referida é o circuncentro do triângulo definido pelo vértice da parábola e pelos pontos de intersecção da parábola com a reta s .... 1 ponto

Reconhecer que a reta de equação $x = 0$ é a mediatriz de um dos lados desse triângulo .... 1 ponto

Determinar uma equação da mediatriz de outro dos lados desse triângulo $\left(y = -\frac{1}{\sqrt{1+a}}x + \frac{a}{2} \text{ ou } y = \frac{1}{\sqrt{1+a}}x + \frac{a}{2}\right)$ .... 4 pontos

Reconhecer que as duas mediatrizes se intersectam no ponto de coordenadas $\left(0, \frac{a}{2}\right)$ .... 1 ponto

Reconhecer que o raio da circunferência referida é $\left|\frac{a}{2} - (-1)\right|$ .... 2 pontos

Obter o pedido $\left(1 + \frac{a}{2}\text{, ou equivalente}\right)$ .... 1 ponto

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	**1.**	**2.1.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.**	**6.**	**9.**	**10.**	**12.**	**14.**	**15.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	12	14	12	12	14	12	14	14	12	14	14	14	**158**

Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**2.2.**	**2.3.**	**7.**	**8.**	**11.**	**13.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	3 × 14 pontos						**42**
TOTAL							**200**